

CONTROLE 1
durée : 1 heure
Les téléphones sont interdits.

Exercice 1. On considère la courbe $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ définie par

$$\gamma(t) = (\gamma_1(t), \gamma_2(t)) = (e^{-t^2}, t^3 - 3t).$$

1. (sur 3) On dit que γ a un point double en $\gamma(t)$ s'il existe $s \neq t$ tel que $\gamma(t) = \gamma(s)$.
Montrer que γ a un unique point double atteint en $\gamma(-\sqrt{3}) = \gamma(\sqrt{3})$.
Attention ! Une partie de la question est de montrer qu'il n'y a qu'un seul tel point double.
2. (sur 4)
 - 2.a. Faire le tableau de variation des fonctions γ_1 et γ_2 .
 - 2.b Déterminer en quels points γ a une tangente parallèle à un des axes de coordonnées.
3. (sur 3) Donner l'équation de la tangente à γ en $\gamma(0)$, $\gamma(2)$.
4. (sur 3) Représenter succinctement γ .

Exercice 2. La période d'un pendule simple est donné par la formule : $T(\ell, g) = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ où $\ell > 0$ désigne la longueur du pendule et $g > 0$ la force de pesanteur.

1. (sur 6) Calculer les dérivées partielles de T , vérifier que T est une fonction de classe C^1 , calculer sa différentielle.
2. (sur 3) On mesure ℓ avec une incertitude relative de 5% et g avec une incertitude relative de 5% ; avec quelle incertitude relative trouve-t-on T ?