

**CC3**

*Documents, calculatrices et portables interdits. Les réponses doivent être accompagnées d'une justification.*

Durée : 1h

**Exercice 1.** En utilisant l'intégration par parties, calculer les intégrales suivantes.

$$\text{a) } I = \int_0^2 te^{2t} dt \qquad \text{b) } J = \int_1^3 \frac{\ln(t)}{t^2} dt.$$

**Exercice 2.** Résoudre sur l'intervalle  $I = ]0, +\infty[$  le problème de Cauchy

$$(1) \quad \begin{cases} y' = \left(2 - \frac{1}{t}\right)y \\ y(2) = 1 \end{cases}$$

**Exercice 3.** Résoudre l'équation différentielle

$$(2) \quad y' + 3y = \frac{e^{-3t}}{1+t^2}$$

**Exercice 4.** a) Résoudre l'équation différentielle

$$(3) \quad y'' + 4y' + 4y = 0$$

b) On considère à présent l'équation différentielle

$$(4) \quad y'' + 4y' + 4y = e^{2t} + 1$$

Déterminer une solution particulière de (4) de la forme  $y_0 : t \mapsto \alpha e^{2t} + \beta$ , où  $\alpha$  et  $\beta$  sont des constantes réelles.

c) Déterminer l'ensemble des solutions de (4).